



# Universidad de Sonora

## Departamento de Químico Biológicas

### **Ejemplo del Formato para la entrega de Problemas de Aplicación.**

Introducción al Cálculo Diferencial e Integral  
Elementos de Cálculo Integral y algebra Lineal

**Título:** Solubilidad del nitrato potásico en agua.

**Tema:** Funciones. Ajuste de curvas.

**Alumno:** \_\_\_\_\_

**Profesor:** Dr. José Luis Díaz Gómez

Fecha: 14 de marzo del 2012

**1. Resumen:** Con el problema que se presenta aquí se ejemplifica un método para ajustar los datos experimentales a una curva. En particular se encuentra una función que modela la solubilidad del nitrato potásico en agua a  $t^{\circ}\text{C}$ .

**2. Introducción.** La solubilidad es la capacidad que posee una sustancia para poder disolverse en otra. Dicha capacidad puede ser expresada en moles por litro, gramos por litro o también en porcentaje del soluto. Generalmente, para hacer que el soluto se disuelva se suele calentar la muestra, de este modo, la sustancia disuelta se conoce como **soluto** y la sustancia donde se disuelve el soluto se conoce como **disolvente**. **La temperatura**, es uno de los factores que influye en la solubilidad, así, para muchos sólidos que se encuentran disueltos en agua, la solubilidad aumenta al verse también aumentada la temperatura hasta los  $100^{\circ}\text{C}$ . Wikipedia

Para la química es básico conocer esta propiedad de una sustancia. Sirve para purificarla, para identificarla, para procesarla, para utilizarla. Por ejemplo un fármaco, sirve para saber si se administra de una u otra forma... si se inyecta, se toma, se aspira, etc.

Otra aplicación de la solubilidad es en la síntesis orgánica, no se puede hacer una síntesis, sin antes planificar la ruta que vas a seguir, y en ella va envuelta la solubilidad de todos los reactivos.

También cuando se desea hacer un desarrollo e investigación de una formula, se necesitan conocer, o investigar, la solubilidad de cada uno de los componentes que podría llevar dicha formulación, para evitar problemas de decoloración, precipitación, floculación, turbidez, contaminación.

**Problema:** La solubilidad  $S$ , del nitrato potásico en agua a  $t^{\circ}\text{C}$  se da en la siguiente tabla:

T	0	20	30	40	60	70	80	90
S	13	32	46.5	64	110	138	169	204

Trazar una línea recta y mostrar que permitiendo pequeños errores en la observación, hay una relación funcional entre  $S$  y  $t$  de la forma

$$S = c + at + bt^2 \quad (1.1)$$

Determinar los valores más apropiados de las constantes **a**, **b**, y **c** y estimar el valor de **S** cuando  $t = 50^{\circ}\text{C}$ . (Browning, 1966)

**3. Desarrollo.**

Obsérvese en la tabla que para  $t = 0$ ,  $S = 13$ , por tanto

$$13 = c + a(0) + b(0)$$

De donde  $c=13$ . Por lo tanto la ecuación (1.1) se convierte en

$$S = 13 + at + bt^2 \quad (1.2)$$

La expresión de una ley puede establecerse de forma definitiva cuando el gráfico es una línea recta. Por ello, debemos adaptar la curva (1.2) para que tome la forma de una ecuación lineal de la forma  $y = mx + c$ , donde **m** es la pendiente de la recta y **c** es la intersección de la recta con el eje X (Díaz G., 2003).

Así pues expresaremos la ecuación (1.2) en términos de una ecuación lineal.

$$S = 13 + at + bt^2$$

$$S - 13 = at + bt^2 \quad \text{despejando } 13$$

$$(S - 13) = t(a + bt) \quad \text{factorizando } t$$

$$\frac{S - 13}{t} = a + bt \quad \text{despejando } t$$

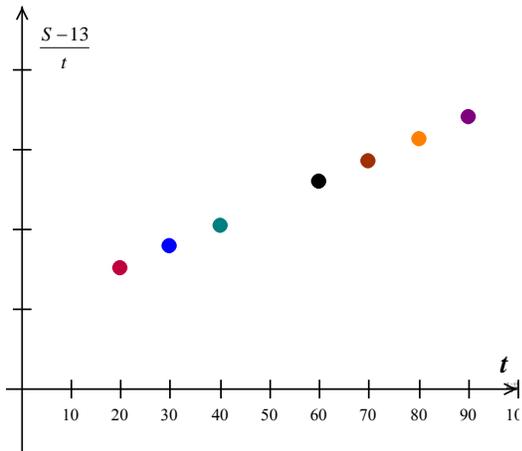
Observe que si hacemos a  $\frac{S - 13}{t} = y$  tenemos la expresión  $y = bt + a$ , la cual es una ecuación lineal con pendiente **b** e intersección con el eje vertical **a**. Así pues, linealizamos la expresión (1.2).

Ahora utilizaremos esta información para linealizar los datos en la siguiente tabla.

t	0	20	30	40	60	70	80	90
S	13	32	46.5	64	110	138	169	204
S-13	0	19	33.5	51	97	125	156	191

$\frac{S-13}{t}$	--	0.950	1.117	1.275	1.617	1.786	1.950	2.122
------------------	----	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Ahora graficamos tomando como eje vertical  $\frac{S-13}{t}$  y eje horizontal a  $t$ .



Como puede verse los datos se pueden considerar como puntos cercanos a una recta, y por tanto se cumple la ley  $S = 13 + at + bt^2$ .

Lo que resta es calcular la pendiente  $b$  de esta recta y la intersección con el eje vertical  $a$  partiendo de la ecuación  $\frac{S-13}{t} = a + bt$ .

Para calcular la pendiente tomamos dos puntos  $(t, (S-13/t))$  de la tabla, el primero es  $P1 = (20, 0.950)$  y  $P2 = (70, 1.786)$  y calculamos la pendiente

$$b = \frac{1.786 - 0.950}{70 - 20} = \frac{0.836}{50} = 0.01672$$

Así, la ecuación (1.2) se convierte en

$$S = 13 + at + 0.01672t^2$$

Para calcular  $a$  tomamos cualquier punto de la tabla  $(t, S)$ , digamos  $(20, 32)$  y los reemplazamos en la ecuación anterior.

$$32 = 13 + a(20) + 0.01672(20)^2$$

$$32 = 13 + 20a + 6.688 = 19.688 + 20a$$

Despejando  $a$  tenemos

$$a = \frac{32 - 19.688}{20} = \frac{12.312}{20} = 0.6156$$

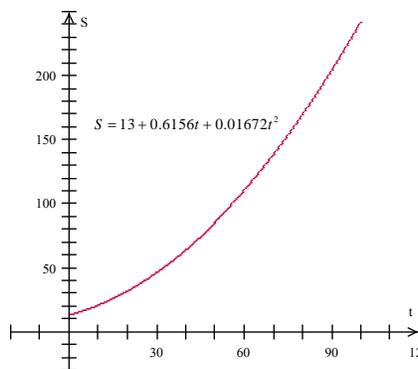
Dado que  $a = 0.6156$ ,  $b = 0.01672$ , y  $c = 13$ , entonces la ecuación que modela la disolución es:

$$S = 13 + 0.6156t + 0.01672t^2 \quad (1.3)$$

Ahora si  $t = 50^\circ$  la disolución  $S$  es igual a

$$S = 13 + 0.6156(50) + 0.01672(50)^2 = 85.58$$

Por último la gráfica de (1.3) en el intervalo de temperatura  $0 \leq t^\circ C \leq 100$  es.



**4. Conclusión.** Este problema nos permitió ajustar los datos de una tabla de datos a una curva utilizando un método gráfico algebraico de linealización. Los datos son tomados de un experimento realizado en laboratorio sobre el tema de la solubilidad. Un tema por demás importante tanto en la química como en otras áreas de la ciencia. Sin duda que para tener una certeza sobre el modelo matemático encontrado se debe de considerar un mayor número de datos.

## 5. Referencias.

1. Browning. D. R. 1966. Matemáticas para Químicos. Paraninfo Madrid, España.
2. Díaz, Gómez, J. L. 2003. Problemas resueltos de funciones. Recuperado de [http://www.mat.uson.mx/~jldiaz/contenido\\_Funciones.html](http://www.mat.uson.mx/~jldiaz/contenido_Funciones.html). Págs. 9-11.
3. Solubilidad. Wikipedia. Recuperado de <http://es.wikipedia.org/wiki/Solubilidad>

**6. Comentarios personal.** El problema y su solución nos muestran la importancia que tiene el tema de funciones en la solución de problemas relacionados con la química. En este caso nos proporciona un método para modelar una serie de datos relacionados con la solubilidad. El método es posible aplicarlos a toda una gama de problemas donde sea necesario ajustar datos a una curva.