Problemas Examen Global Semestre 2015-I

Trigonometría

1. Da la medida exacta del ángulo radianes.

(a) 175° (b) -30° (c) 35°

2. Resolver el triángulo rectángulo en el cual:

(a) $A=35^\circ 10'$, $c=72.5$ (b) $b=15.25$, $c=32.68$ (c) $B=48^\circ 40'$, $c=225$

3. Encontrar las funciones trigonométricas del ángulo agudo A, dado $\text{sen}A = 3/7$.

4. Encontrar los valores de las funciones trigonométricas del ángulo agudo B, dada $\tan B = 1$.

5. Si A es agudo y $\text{sen}A = x/3$, determínense los valores de las otras funciones.

6. Si A es agudo y $\tan A = 2x$, determínense los valores de las otras funciones.

7. Comprobar las identidades siguientes:

(a) $\text{Csc } \theta - \text{sen } \theta = \text{cot } \theta \cos \theta$ (b) $\frac{\sec^2 2u - 1}{\sec^2 2u} = \text{sen}^2 2u$ (c) $\frac{\text{csc}^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \text{cot}^2 \theta$

(d) $\frac{\text{cot } \theta - \tan \theta}{\text{sen } \theta + \cos \theta} = \text{csc } \theta - \sec \theta$ (d) $\cos^4 2\theta + \text{sen}^2 2\theta = \cos^2 2\theta + \text{sen}^4 2\theta$

(e) $\text{sen}^4 r - \cos^4 r = \text{sen}^2 r - \cos^2 r$

Integral Definida

1. Encuentra el valor de la suma indicada.

(b) $\sum_{i=1}^5 \frac{2}{i+1}$ (c) $\sum_{i=1}^5 (-1)^{i^2} (i-1)$ (d) $\sum_{k=1}^6 k \text{sen} \left(\frac{k\pi}{2} \right)$

2. Escribe la suma indicada mediante la notación sigma.

(a) $1 + 2 + 3 + \dots + 98$ (c) $f(c_1) + f(c_2) + f(c_3) + \dots + f(c_n) =$

(d) $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \dots =$ (e) $-\frac{1}{5} + \frac{2}{5} - \frac{3}{5} + \frac{4}{5} - \frac{5}{5} + \dots =$

3. Calcula las siguientes sumas geométricas.

(a) $\sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{2} \right)^k =$ (b) $\sum_{K=1}^{\infty} 4 \left(\frac{3}{4} \right)^K =$

4. Determina si las siguientes series telescópicas son convergentes o divergentes. Si convergen calcula su suma. Es conveniente escribir los primeros y últimos términos.

$$(a) \sum_{k=2}^{\infty} \frac{-1}{k(k-1)} \quad (b) \sum_{k=2}^{\infty} \frac{3}{(k-1)^2} - \frac{3}{k^2}$$

5. Determina si las siguientes series convergen o divergen. Si convergen calcula su suma. Escribe cuatro valores de la serie.

$$(a) \sum_{k=6}^{\infty} \frac{2}{k-1} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n}{2n+5}\right) = \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^{n-1}}{4^n} =$$

6. Dibujar la región cuya área representa la integral definida. Usar entonces una fórmula geométrica para calcular el área.

$$(1) \int_0^3 \left(\frac{1}{2}x - 1\right) dx \quad (3) \int_{-1}^2 |x| dx \quad (4) \int_{-1}^3 (3-2x) dx$$

7. Encuentre el área de la región bajo la curva $y = f(x)$ sobre el intervalo que se indica, utilizando sumas de Riemann.

$$(a) y=2x, [1,3]. \quad (c) y = 2x^2 - 2, [-1,1], \quad (d) y=x^3 + 2, [-12] \quad (e) y=x^3 - x^2, [1,3],$$

Integral Indefinida

Integrales algebraicas.

$$1. \int (3x^2 + 2x + 1) dx \quad 2. \int x(2x+1)(x+2) dx \quad 3. \int \sqrt[4]{6x+5} dx \quad 4. \int \frac{(x^2+1)}{\sqrt{x}} dx \quad 5. \int \frac{4x}{\sqrt{x^2+3}} dx$$

$$6. \int (x-2)^{3/5} dx \quad 7. \int \frac{dx}{(x^2+4)^3}$$

Integrales exponenciales y logarítmicas.

$$1. \int 2e^{3x} dx \quad 2. \int \frac{dx}{4x+2} \quad 3. \int 3^{\sin x} \cos x dx \quad 4. \int x e^{-3x^2+1} dx \quad 5. \int \frac{2x^2}{1-2x^3} dx \quad 6. \int \frac{2dx}{4^x}$$

$$7. \int \frac{x^3 - 6x^2 + 4}{x-2} dx$$

Integrales trigonométricas.

$$1. \int \frac{\sin 2x}{3} dx \quad 2. \int \sin^2 2x \cos 2x dx \quad 3. \int x \sin 2x^2 dx \quad 4. \int 4 \cos 6x dx \quad 5. \int \frac{\cos \sqrt{2x}}{\sqrt{2x}} dx$$

$$6. \int e^x \cos(e^x) dx \quad 7. \int \cos^3 x \sin x dx \quad 8. \int \tan(2x+1) dx \quad 9. \int x \tan x^2 dx \quad 10. \int 2x^2 \cot x^3 dx$$

$$11. \int \sec 6x dx \quad 12. \int \sec 4x \tan 4x dx \quad 13. \int \csc^2 3x dx \quad 14. \int x \sec^2 2x^2 dx \quad 15. \int 2 \sec 3x \tan 3x dx$$

$$16. \int \sin 2x \cos 2x dx \quad 17. \int \tan^4 \sec^2 x dx \quad 18. \int \cot^3 2x \csc^2 2x dx \quad 19. \int \frac{\sec^4 x}{\csc x} dx$$

$$20. \int e^{\tan 3x} \sec^2 3x dx \quad 21. \int \frac{2 \cos x + 3 \sin x}{\sin^3 x} dx \quad 22. \int \tan^3 x dx \quad 23. \int \frac{\sin x + \cos x}{\cos x} dx$$

Integrales que generan funciones trigonométricas inversas.

$$1. \int \frac{dx}{\sqrt{8-x^2}} \quad 2. \int \frac{dx}{\sqrt{9-(x+3)^2}} \quad 3. \int \frac{2x+1}{\sqrt{4-x^2}} dx \quad 4. \int \frac{dx}{\sqrt{-5+12x-4x^2}} \quad 5. \int \frac{4x+3}{\sqrt{-5-6x-x^2}} dx$$

$$6. \int \frac{dx}{25+9x^2} \quad 7. \int \frac{4dx}{2x^2+4} \quad 8. \int \frac{4x-5}{4+x^2} dx \quad 9. \int \frac{2x+3}{4x^2-12x+3} dx \quad 10. \int \frac{dx}{2x\sqrt{4x^2-1}}$$

$$11. \int \frac{dx}{x^2\sqrt{x^4-9}} \quad 12. \int \frac{4dx}{\sqrt{x^4-4x}}$$

Métodos de Integración.

Integración Por Partes.

$$1. \int x \cos x dx \quad 2. \int x^2 \sin x dx \quad 3. \int x \sec^2 5x dx \quad 4. \int \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx \quad 5. \int \ln x dx \quad 6. \int \frac{\ln x}{x^2} dx \quad 7. \int e^x \sin 2x dx$$

$$8. \int x^3 e^{-x^2} dx \quad 9. \int x e^x dx$$

Integración por Sustitución Trigonométrica.

$$1. \int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2} dx \quad 2. \int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} dx \quad 3. \int \frac{\sqrt{x^2-16}}{x^4} dx \quad 4. \int \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2} dx \quad 5. \int \frac{dx}{x^2\sqrt{x^2+4}} \quad 6. \int \frac{dx}{\sqrt{9+x^2}}$$

$$7. \int \frac{dx}{(x^2+8x+25)^{\frac{3}{2}}} \quad 8. \int \frac{dx}{x^3\sqrt{x^2+9}}$$

Integración por Fracciones Parciales.

$$1. \int \frac{x+5}{x^2+x-2} dx \quad 2. \int \frac{3x-1}{x^2-x-6} dx \quad 3. \int \frac{x^2+2x-1}{2x^3+3x^2-2x} dx \quad 4. \int \frac{3x^2-8x+13}{(x+3)(x-1)^2} dx$$

$$5. \int \frac{x^4-2x^2+4x+1}{x^3-x^2-x+1} dx \quad 6. \int \frac{-2x+4}{(x^2+1)(x-1)^2} dx \quad 7. \int \frac{6x^2-15x+22}{(x+3)(x^2+2)} dx \quad 8. \int \frac{1-3x+2x^2-x^3}{x(x^2+1)^2} dx$$

Cálculo de áreas y Volúmenes.

I. Encuentra el área de las regiones indicadas.

1. Encuentre el área de la región acotada por $y = x^2 + 4$, $x=1$, $x=5$ y el eje X.

2. Encuentre el área de la región acotada por $y = -x^2$, $x = -5$ y $x = -1$, y el eje X.

II. Encuentra el área de la región comprendida entre dos curvas.

1. Encuentra el área comprendida entre las parábolas $y = x^2$ y $y = -x^2 + 8$

2. Encuentra el área comprendida entre $y = x^2$ y la recta $y = x + 2$

III. Encuentra el volumen

1. Encuentra el volumen del sólido generado al hacer girar en torno al eje Y la región acotada por $y = x^2$, $y = 2$, $y = 16$

2. Encuentra el volumen del sólido generado al hacer girar en torno al eje X la región acotada por $y = x^3$, $x = 3$, $y = 0$

IV. Encuentra el volumen del sólido generado por dos curvas.

1. Encuentra el volumen del sólido que se genera al hacer girar en torno al eje Y, la región acotada por la recta $y = x$ y la parábola $y = \sqrt{x}$

2. Encuentra el volumen del sólido que se genera al hacer girar en torno al eje X, la región acotada por la recta $y = x$ y la parábola $y = x^2$