GUIA Nº 2

RACIONALIZACIÓN DE NUMERADORES Y DENOMINADORES

ELABORADO POR: Rolando Murillo G.

NOTA: Es importante aclarar que se puede racionalizar tanto el numerador como denominador de una fracción.

EJERCICIOS RESUELTOS SOBRE RACIONALIZACIÓN:

1) **RACIONALICE EL DENOMINADOR DE LAS EXPRESIONES SIGUIENTES; SIMPLIFICANDO LOS RESULTADOS CASO DE SER POSIBLE**:

1) $\dfrac{3}{5\sqrt{x}} =$

$$\frac{3}{5\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{3\sqrt{x}}{5x}$$

2) $\dfrac{x}{\sqrt{x+1}+1} =$

$$\frac{x}{\sqrt{x+1}+1} \cdot \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+1}-1} = \frac{x\left(\sqrt{x+1}-1\right)}{x+1-1} = \frac{x\left(\sqrt{x+1}-1\right)}{x} = \sqrt{x+1}-1$$

3) $\dfrac{4x}{\sqrt{2x}} =$

$$\frac{4x}{\sqrt{2x}} \cdot \frac{\sqrt{2x}}{\sqrt{2x}} = \frac{4x\sqrt{2x}}{2x} = 2\sqrt{2x}$$

4) $\dfrac{2a-3b-\sqrt{ab}}{2\sqrt{a}-3\sqrt{b}} =$

$$\frac{\left(2a-3b-\sqrt{ab}\right)}{\left(2\sqrt{a}-3\sqrt{b}\right)} \cdot \frac{\left(2\sqrt{a}+3\sqrt{b}\right)}{\left(2\sqrt{a}+3\sqrt{b}\right)} = \frac{4a\sqrt{a}+6a\sqrt{b}-6b\sqrt{a}-9b\sqrt{b}-2a\sqrt{b}-3b\sqrt{a}}{4a-9b}$$

$$\frac{4a\sqrt{a}-9b\sqrt{a}+4a\sqrt{b}-9b\sqrt{b}}{4a-9b} = \frac{\sqrt{a}(4a-9b)+\sqrt{b}(4a-9b)}{4a-9b} =$$

$$\frac{(4a-9b)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{4a-9b} = \sqrt{a}+\sqrt{b}$$

5) $\dfrac{5}{\sqrt[3]{x}-1}=$

$$\frac{5}{\sqrt[3]{x}-1}=\frac{5}{\left[\sqrt[3]{x}-1\right]}\cdot\frac{\left[\left(\sqrt[3]{x}\right)^2+\sqrt[3]{x}+1\right]}{\left[\left(\sqrt[3]{x}\right)^2+\sqrt[3]{x}+1\right]}=\frac{5\left(\sqrt[3]{x}\right)^2+5\sqrt[3]{x}+5}{x-1}$$

2) RACIONALICE EL NUMERADOR DE LAS EXPRESIONES SIGUIENTES, SIMPLIFICANDO LOS RESULTADOS CASO DE SER POSIBLE

1) $\dfrac{\sqrt{3+x}-\sqrt{3}}{x}=$

$$\frac{\sqrt{3+x}-\sqrt{3}}{x}\cdot\frac{\left(\sqrt{3+x}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{3+x}+\sqrt{3}\right)}=\frac{3+x-x}{x\left(\sqrt{3+x}+\sqrt{3}\right)}=\frac{1}{\sqrt{3+x}+\sqrt{3}}$$

2) $\dfrac{\sqrt{2+x}+\sqrt{2}}{x}=$

$$\frac{\left(\sqrt{2+x}+\sqrt{2}\right)}{x}\cdot\frac{\left(\sqrt{2+x}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{2+x}+\sqrt{2}\right)}=\frac{2+x-2}{x\left(\sqrt{2+x}-\sqrt{2}\right)}=\frac{1}{\sqrt{2+x}-\sqrt{2}}$$

3) $\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}=$

$$\frac{\left(\sqrt{x+1}-2\right)}{(x-3)}\cdot\frac{\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=\frac{x+1-4}{(x-3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=\frac{1}{\sqrt{x+1}+2}$$

4) $\dfrac{\sqrt{x+1}+1}{x}=$

$$\frac{\left(\sqrt{x+1}+1\right)}{x}\cdot\frac{\left(\sqrt{x+1}-1\right)}{\left(\sqrt{x+1}-1\right)}=\frac{x+1-1}{x\left(\sqrt{x+1}-1\right)}=\frac{1}{\sqrt{x+1}-1}$$

5) $$\frac{\sqrt[3]{x-1}-1}{x-2}=$$

$$\frac{\left(\sqrt[3]{x-1}-1\right)}{(x-2)}\cdot\frac{\left[\left(\sqrt[3]{x-1}\right)^2+\sqrt[3]{x-1}+1\right]}{\left[\left(\sqrt[3]{x-1}\right)^2+\sqrt[3]{x-1}+1\right]}=\frac{(x-1-1)}{(x-2)\left[\left(\sqrt[3]{x-1}\right)^2+\sqrt[3]{x-1}+1\right]}=$$

$$\frac{1}{\left[\left(\sqrt[3]{x-1}\right)^2+\sqrt[3]{x-1}+1\right]}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1) RACIONALICE EL DENOMINADOR DE LAS EXPRESIONES SIGUIENTES, SIMPLIFICANDO LOS RESULTADOS CASO DE SER POSIBLE:

1) $$\frac{7}{5\sqrt{x}-2\sqrt{a}}=$$

2) $$\frac{y}{\sqrt{y+1}-1}=$$

3) $$\frac{4}{\sqrt[3]{x}+2}=$$

4) $$\frac{4x}{\sqrt{2x}-\sqrt{x}}=$$

5) $$\frac{x-8}{\sqrt[3]{x}-2}=$$

2) RACIONALICE EL NUMERADOR DE LAS EXPRESIONES SIGUIENTES, SIMPLIFICANDO LOS RESULTADOS CASO DE SER POSIBLE:

1) $$\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x}=$$

2) $$\frac{4-\sqrt{x}}{x-16}=$$

3) $\dfrac{\sqrt{8+x}-\sqrt{8}}{x}=$

4) $\dfrac{\sqrt[3]{y}-5}{y-125}=$

5) $\dfrac{\sqrt{x+2}-5}{x-23}$

3) EJERCICIOS DEL TEMA RELACIONADOS CON CÁLCULO:

CALCULE EN CASO DE SER POSIBLE, LOS LÍMITES SIGUIENTES:

1) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$ si $f(x)=\sqrt{x}$

$f(x+h)=\sqrt{x+h}$, $f(x)=\sqrt{x}$

$$\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h}= \lim_{h\to 0}\frac{\left(\sqrt{x+h}-\sqrt{x}\right)}{h}\cdot\frac{\left(\sqrt{x+h}+\sqrt{x}\right)}{\left(\sqrt{x+h}+\sqrt{x}\right)}= \lim_{h\to 0}\frac{x+h-x}{h\left(\sqrt{x+h}+\sqrt{x}\right)}=$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{1}{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}}= \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x}}= \frac{1}{2\sqrt{x}}\cdot\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}= \frac{\sqrt{x}}{2x}$$

2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{3+x}-\sqrt{3}}{x}=$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{3+x}-\sqrt{3}\right)}{x}\cdot\frac{\left(\sqrt{3+x}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{3+x}+\sqrt{3}\right)}= \lim_{x\to 0}\frac{3+x-3}{x\left(\sqrt{3+x}+\sqrt{3}\right)}= \lim_{x\to 0}\frac{x}{x\left(\sqrt{3+x}+\sqrt{3}\right)}=$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1}{\sqrt{3+x}+\sqrt{3}}= \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{3}}= \frac{1}{2\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}= \frac{\sqrt{3}}{6}$$

3) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}-1}=$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}-1}\cdot\frac{\left[\left(\sqrt[3]{x}\right)^2+\sqrt[3]{x}+1\right]}{\left[\left(\sqrt[3]{x}\right)^2+\sqrt[3]{x}+1\right]}= \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left[\left(\sqrt[3]{x}\right)^2+\sqrt[3]{x}+1\right]}=$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left[\left(\sqrt[3]{x}\right)^2+\sqrt[3]{x}+1\right]}\cdot\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)}= \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)\left(\sqrt{x}+1\right)}{(x-1)\left[\left(\sqrt[3]{x}\right)^2+\sqrt[3]{x}+1\right]}=$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left[\left(\sqrt[3]{x}\right)^2+\sqrt[3]{x}+1\right]}= \ \frac{2}{3}$$

NOTA: Este ejercicio también se puede resolver haciendo una sustitución.

4) $$\lim_{y\to\infty}\left(y-\sqrt{y^2+y}\right)=$$

$$\lim_{y\to\infty}\left(y-\sqrt{y^2+y}\right)\cdot\frac{\left(y+\sqrt{y^2+y}\right)}{\left(y+\sqrt{y^2+y}\right)}= \ \lim_{y\to\infty}\frac{y^2-y^2-y}{y+\sqrt{y^2\left(1+\frac{1}{y}\right)}}= \ \lim_{y\to\infty}\frac{-y}{y+|y|\sqrt{1+\frac{1}{y}}}=$$

$$\lim_{y\to\infty}\frac{-y}{y\left(1+\sqrt{1+\frac{1}{y}}\right)}= \ \lim_{y\to\infty}\frac{-1}{1+\sqrt{1+\frac{1}{y}}}= \ \frac{-1}{1+\sqrt{1}}=\frac{-1}{2}$$

5) $$\lim_{x\to 16}\frac{4-\sqrt{x}}{x-16}=$$

$$\lim_{x\to 16}\frac{\left(4-\sqrt{x}\right)}{(x-16)}\cdot\frac{\left(4+\sqrt{x}\right)}{\left(4+\sqrt{x}\right)}= \ \lim_{x\to 16}\frac{(16-x)}{(x-16)\left(4+\sqrt{x}\right)}= \ \lim_{x\to 16}\frac{-(-16+x)}{(x-16)\left(4+\sqrt{x}\right)}=$$

$$\lim_{x\to 16}\frac{-1}{\left(4+\sqrt{x}\right)}= \ \frac{-1}{8}$$

6) $$\lim_{x\to -0}\frac{\sqrt[3]{1+cx}-1}{x}=$$

$$\lim_{x\to -0}\frac{\left(\sqrt[3]{1+cx}-1\right)}{x}\cdot\frac{\left[\left(\sqrt[3]{1+cx}\right)^2+\sqrt[3]{1+cx}+1\right]}{\left[\left(\sqrt[3]{1+cx}\right)^2+\sqrt[3]{1+cx}+1\right]}= \ \lim_{x\to 0}\frac{(1+cx-1)}{x\left[\left(\sqrt[3]{1+cx}\right)^2+\sqrt[3]{1+cx}+1\right]}=$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{cx}{x\left[\left(\sqrt[3]{1+cx}\right)^2+\sqrt[3]{1+cx}+1\right]}= \ \lim_{x\to 0}\frac{c}{\left[\left(\sqrt[3]{1+cx}\right)^2+\sqrt[3]{1+cx}+1\right]}= \ \frac{c}{1+1+1}=\frac{c}{3}$$