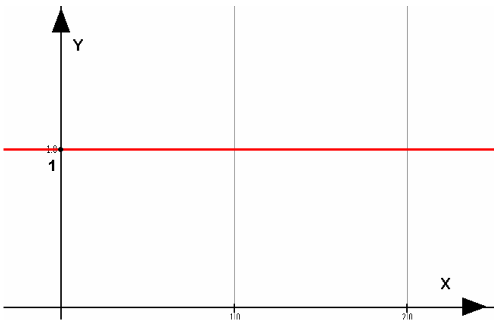
APLICACIONES DEL LÍMITE

2.1 ASÍNTOTAS

Si existen, corresponden a líneas rectas que determinan valores a los cuales la función tiende, pero nunca llega a tomarlos. Existen Asíntotas Horizontales, Asíntotas Verticales y Asíntotas Oblicuas, donde las dos primeras corresponden a aplicaciones particulares de la teoría de Limites.

Asíntota Horizontal

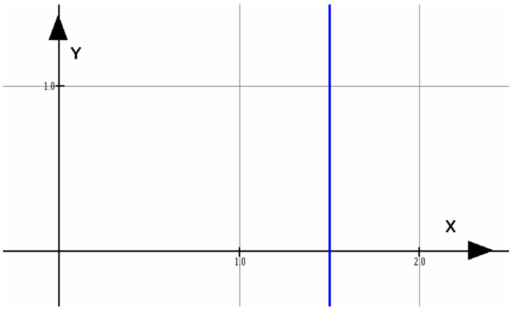


Si existe este tipo de asíntota para la función que se evalúa, esta corresponde al valor a que toma y, cuando $x \to \infty$, y corresponde a la línea horizontal $y = a$

La asíntota horizontal existe cuando se cumple la siguiente igualdad :

$$\boxed{\lim_{x \to \infty} f(x) = a}$$

Asíntota Vertical

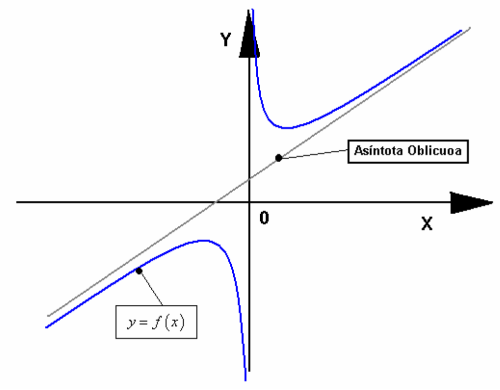


Si existe, se presenta en funciones Racionales de la forma $\boxed{r(x) = \dfrac{p(x)}{q(x)}}$ y corresponden a aquellos valores para los cuales se indetermina la función, para cuando $q(x) = 0$, o mediante la interpretación del siguiente limite:

$$\boxed{\lim_{x \to a} f(x) = \infty}$$

Asíntota Oblicua

Aunque la Asíntota Oblicua no representa una aplicación del Límite como tal, se incluye en este capitulo por tratarse de una característica más de la gráfica de una expresión y tiene comportamiento similar al definido para las asíntotas Horizontal y vertical.



Se dice que la gráfica de una función racional tiene ***Asíntota Obliuo*** si el máximo exponente de la variable independiente del polinomio del numerador excede en uno (1) el máximo exponente de la variable independiente en el polinomio del denominador.

Se presenta en expresiones de la forma

$$\boxed{r(x)=\frac{p(x)}{q(x)}}$$

La ***Asíntota Oblicua*** representa el resultado de realizar la división que se está presentando en el enunciado de la expresión, y cuando se presenta, este resultado se puede interpretar como, una parte entera que corresponde a la definición de la asíntota Oblicua, más una fracción que corresponde a el valor que hace falta para pasar de la asíntota a la función $f(x)$.

Hay que tener en cuenta que debido a que la ***Asíntota Oblicua*** se define como el resultado de realizar la división entre las expresiones que componen el polinomio, y dado que el grado del Numerador excede en uno (1) el grado del Denominador, el resultado siempre será la expresión de una función lineal, es decir, un expresión de grado uno (1).

Lo anterior quiere decir que una Asíntota Oblicua se puede entender así:

Dada la expresión. $f(x)=\dfrac{x^2-2x+4}{x-2}$, donde el grado del Polinomio del Numerador es dos (2) y el grado del polinomio del Denominador es (1), entonces se cumple la definición que dice que el grado del polinomio del Numerador debe exceder en uno el grado del polinomio del denominador , lego se presume que existe entonces una ***Asíntota Oblicua***.

Para determinar cual es la ***Asíntota Oblicua*** se realiza la división que se tiene indicada en

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}$$

$$\begin{array}{l|l} x^2 - 2x + 4 & x - 2 \\ \cline{2-2} -x + 2x & x \\ \hline \qquad\quad 4 & \end{array}$$

Obteniendo como resultado $f(x) = x + \dfrac{4}{x-2}$

Esta expresión se puede interpretar como:

$$f(x) = \underbrace{x}_{\substack{\text{Definición}\\ \text{Asíntota}\\ \text{Oblicua}}} + \underbrace{\frac{4}{x-2}}_{\substack{\text{Residuo o}\\ \text{faltante para}\\ \text{llegar de la}\\ \text{Asíntota a la}\\ \text{función}}},$$

Esta expresión puede ser analizada gráficamente mediante la siguiente representación, en donde se ha indicado cual es la Asíntota Oblicua, y para un valor cualquiera de “x” se ha realizado un análisis de la expresión, descomponiendo el valor de “y”, para la parte entera (Asíntota) y para la parte fraccionaria (Residuo), así: