

PROGRAMACION LINEAL

Programación lineal es una técnica matemática que sirve para investigar, para así, hallar la solución a un problema dado dentro de un conjunto de soluciones factibles y es la operación que se utiliza para poder obtener la maximación de ganancias o minimizar los costos. Además la programación lineal se utiliza en extensas operaciones industriales y militares.

Reglas importantes para la programación lineal

- 1- Cuando se suma o se resta un número en ambos lados de la igualdad esta mantiene el mismo sentido.**
- 2- Si se multiplica o divide los dos lados de la igualdad o desigualdad con números positivos, también mantiene el mismo sentido.**
- 3- Cuando se multiplica o divide los dos lados de la igualdad o desigualdad con número negativo cambia su sentido.**

Método gráfico para problemas de maximización

- 1- Se tiene que, derivar un grupo de ecuaciones basadas en las condiciones especiales dadas en el problema.**
- 2- Se tiene que, resolver el grupo de ecuaciones de igualdad y desigualdad para la solución óptima basada en la función que se ha de maximizar o minimizar y esta se conoce como Función Objetiva.**

Método gráfico para problemas de minimización

En el método gráfico para problemas de minimizar costos su función objetiva es que tenemos que hacer que los costos de materiales sean lo menos posibles.

EJERCICIO DE MAXIMIZACION

A continuación estudiaremos un problema para maximización con la asignación de recursos. El objetivo es poder obtener ganancias máximas con unos recursos limitados. En esta ocasión uno de los dos recursos serán, horas máquinas, donde podemos conocer cuantas horas máquinas se necesitan para producir, sillas, mesas o la combinación de sillas y mesas con un máximo de ganancias, y nuestro segundo recurso son las horas hombre, donde también conoceremos cuantas horas hombre se necesitan para producir, sillas, mesas o la combinación ambas con un máximo de ganancias. En ambos casos conoceremos por medio de una gráfica donde se cortan las dos restas de horas máquinas y horas hombres, para obtener nuestro punto de mayor ganancia de la empresa. En adición podremos ver que es más factible a la empresa producir, si sillas solamente, mesas solamente o si la combinación de sillas y mesas.

Una empresa donde produce sillas y mesas, tiene una ganancia por mesa de tres (3) dólares, para construir una necesita invertir dos (2) horas máquina y una (1) hora hombre. Para la empresa producir una silla necesita invertir seis (6) horas máquina y cuatro (4) horas hombre donde tiene una ganancia de cinco (5) dólares por silla. Nuestro máximo disponible por horas máquinas será de dos (2) y el máximo disponible para horas hombre será de seis (6)

Artículo	Ganancias	Horas Máquina	Horas Hombre
MESAS	\$3.00	2	1
SILLAS	\$5.00	6	4

Para obtener nuestra ecuación llamaremos a las mesas con X y las sillas con Y.

Ecuación

$$2X + 6Y \leq 12$$

$$X + 4Y \leq 7$$

Función Objetiva

$$F = 3X + 5Y$$

A continuación veremos el resultado de Y cuando igualamos X a cero (0) y el resultado de X cuando igualamos Y a cero (0) en ambas ecuaciones.

Primera ecuación para Horas Máquina:

$$2X + 6Y \text{ } \pounds \text{ } 12$$

$$2(0) + 6Y \text{ } \pounds \text{ } 12$$

$$6Y \text{ } \pounds \text{ } 12$$

$$Y \text{ } \pounds \text{ } 2$$

$$2X + 6Y \text{ } \pounds \text{ } 12$$

$$2X + 6(0) \text{ } \pounds \text{ } 12$$

$$2X \text{ } \pounds \text{ } 12$$

$$X \text{ } \pounds \text{ } 6$$

Segunda ecuación para Horas Hombre:

$$X' + 4Y' \text{ } \pounds \text{ } 7$$

$$(0) + 4Y' \text{ } \pounds \text{ } 7$$

$$4Y' \text{ } \pounds \text{ } 7$$

$$Y' \text{ } \pounds \text{ } 1.75$$

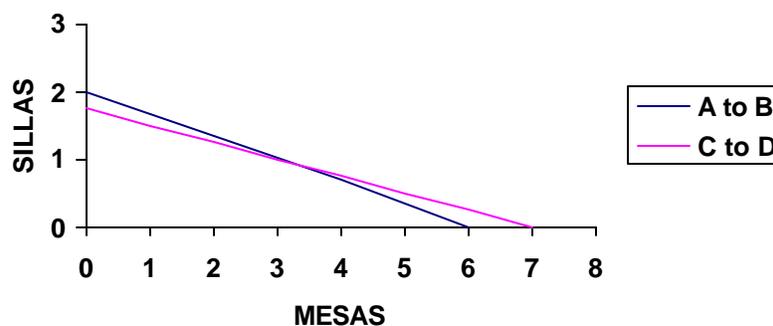
$$X' + 4Y' \text{ } \pounds \text{ } 7$$

$$X' + 4(0) \text{ } \pounds \text{ } 7$$

$$X' \text{ } \pounds \text{ } 7$$

Descripción	X	Y	X'	Y'
Horas Máquina	0	2	0	1.75
Horas Hombre	6	0	7	0

MAXIMIZACION



Puntos para Horas Máquina, A = (0, 2) y B = (6, 0)

Puntos para Horas Hombre, C = (0, 1.75) y D = (7, 0)

El punto donde se cortan las líneas lo llamaremos punto, E = (3, 1).

De esta forma podemos tener nuestros puntos factibles necesarios para así determinar la función objetivo. Nuestros puntos factibles son CEB, donde $C = (0, 1.75)$, $E = (3, 1)$ y $B = (6, 0)$.

Solución: $F = 3X + 5Y$

Función objetivo para el punto C, donde se producen sillas;

$$C = 3(0) + 5(1.75) = 8.75$$

Función objetivo para el punto E, donde se producen sillas y mesas;

$$E = 3(3) + 5(1) = 14$$

Función objetivo para el punto B, donde se producen mesas;

$$B = 3(6) + 5(0) = 18$$

Luego de realizar estos cálculos podemos ver que para que la empresa reciba un mayor beneficio debe producir solamente mesas.

EJERCICIO DE MINIMIZACION

Una compañía de química programa la producción de ciertos tipos de mezclas, donde el material M es igual a 8 dólares por paquete y con un peso de 4 kilos, el material N es igual a 5 dólares por paquete con un peso de 2 kilos. Se requiere 100 kilos de la mezcla y se necesita emplear no menos de 20 paquetes de N para hacer la mezcla. ¿ Cuántos paquetes se debe usar para minimizar los costos?

Tenemos para $M = X$ y para $N = Y$, donde $M = \$8.00$ por paquete con un peso de 4kilos y donde $N = \$5.00$ por paquete con un peso de 2kilos. También tenemos 100kilos por lo menos 20 paquetes de N.

Ecuaciones;

$$4X = 2Y \geq 100 \quad Y \geq 20 \quad X \geq 0$$

Función Objetiva;

$$F = 8X + 5Y$$

Solución:

$$4X + 2Y \leq 100$$

$$4(0) + 2Y \leq 100$$

$$2Y \leq 100$$

$$Y \leq 50$$

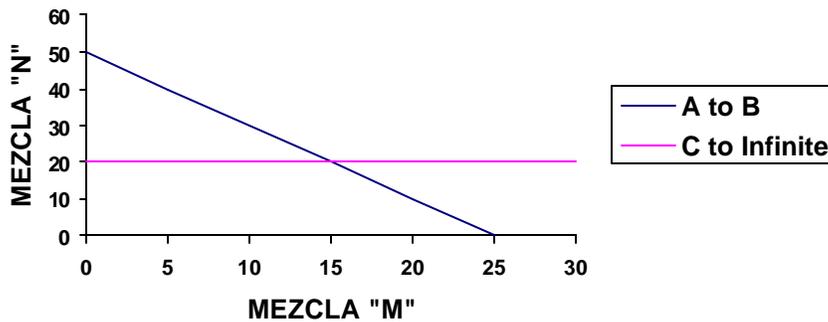
$$4X + 2Y \leq 100$$

$$4X + 2(0) \leq 100$$

$$4X \leq 100$$

$$X \leq 25$$

MINIMIZACION



Luego de conocer nuestros puntos factibles, procedemos a determinar la función objetivo. Los puntos factibles son A y D, donde $A = (0, 50)$ y $D = (15, 20)$.

Solución: $F = 8X + 5Y$

$$A = 8(0) + 5(50) = 250$$

$$D = 8(15) + 5(20) = 220$$

Luego de obtener estos cálculos podemos determinar que el punto donde mejor minimizamos los costos es en el punto D.