Tema: Derivadas.

Preguntas:

1. En los siguientes ejercicios, para cada función calcular la pendiente de la recta secante que une los puntos
   a) x = 1 y x = 2 b) x = 2 y x = 3 c) x = 1,5 y x = 2
   d) x = 2 y x = 2.5 e) x = 1.9 y x = 2 f) x = 2 y x = 2.1
   g) estimar la pendiente de la recta en x = 2.

   1.1. f(x) = $x^3 - x$ 1.2. f(x) = $\sqrt{x^2+1}$ 1.3. f(x) = $\cos x^2$ 1.4 f(x) = tg 2x

2. Hallar la ecuación de la recta tangente a y = f(x) en los puntos que se indica.
   a) f(x) = $x^2 - 2$ en x =1, x = 0 b) f(x) = $x^3 - 3x$ en x = -2
   c) f(x) = $\dfrac{2}{x+1}$ en x = 1 d) f(x) = $\dfrac{2}{x-1}$ en x = 0
   e) f(x) = $\sqrt{x+3}$ en x = -2

3. ¿En cuáles puntos el gráfico de la función $y = x + \sqrt[3]{senx}$ tendrá tangentes verticales?.
4. Dadas f(x) = $\frac{1}{2}\sqrt{x^3+1}$ y g(x)= $x \cdot e^{-x}$. Demostrar que f'(2) es solución de la ecuación g'(x)=0.
5. La función f viene dada por f(x)= e^{ax^2+bx+1}. Hallar el valor de las constantes a y b sabiendo que f(1) = f(0) = f'(0).
6. La función f se expresa por f(x) = 5senx + 3cosx. Resolver la ecuación f'(0) = f'(x).
7. Una función f está dada por f(x)= $e^{-x}\left(x^2+3x+1\right)$. Resolver la ecuación f'(x) = 2f(x).
8. Encontrar todos los valores de la constante a, para los cuales la derivada de la función f(x)= $e^{ax^3+3x^2+x}$ toma sólo valores positivos en todo el dominio de definición de f(x).
9. Encontrar el dominio de la derivada de la función y = $\sqrt{4+3x-x^2}$.
10. Escribir la ecuación de las rectas tangentes a la curva descrita por y = $x^2 - 4x + 3$ que pasan por el punto M(2;-5). Hacer el gráfico.
11. Escribir la ecuación de las tangentes a las curvas dadas por y = $2x^2 - 5$, y = $x^2 - 3x + 5$ y que pasan por el punto de intersección de las mismas.
12. Escribir la ecuación de la recta tangente al gráfico de f(x)= x^2e^{-x} en el punto x = 1.
13. ¿En qué punto, el coeficiente angular de la tangente al gráfico de f(x)= $2x^3 - 2x^2 + x - 1$ es igual a 3?
14. En los siguientes ejercicios, la función dada describe la posición de un objeto cualquiera. Calcular la velocidad media entre:
    a) t = 0 y t = 2 b) t = 1 y t = 2 c) t = 1.9 y t = 2
    d) t = 1.99 y t = 2 e) Estimar la velocidad instantánea en x = 2.

    14.1) f(t) = $16t^2 + 10$ 14.2) f(t) = $3t^3 + 3$
    14.3) f(t) = $\sqrt{t^2+8t}$ 14.4) f(t) = $100sen\left(\dfrac{t}{4}\right)$

15. Estimar la velocidad instantánea en el instante indicado, usando la función de posición dada.

15.1) $f(t) = -16t^2 + 5$, en t =1 y t = 2 15.2) $f(t) = \sqrt{t+16}$, en t = 0.

15.3) $f(t) = 2\sqrt{t+14}$, en t = 2.

16. Al manejar una honda, es muy importante la velocidad angular, definida por $\lim_{h\to 0}\frac{\theta(a+h)-\theta(a)}{h}$, donde $\theta(t)$ es el ángulo de giro en el instante t. Si el ángulo de una honda viene dado por $\theta(t) = 0.4t^2$,¿cuál es su velocidad angular tras tres giros completos?.

17. Hallar la velocidad angular de la honda del ejercicio anterior tras dos vueltas. Explicar por qué es útil el tercer giro.

18. Hallar las derivadas de las siguientes funciones.

1) $y = \frac{2x}{1-x^2}$ 2) $y = \frac{1+x-x^2}{1-x+x^2}$ 3) $y = \frac{x}{(1-x)^2(1-x)^3}$

4) $y = \frac{(2-x^2)\cdot(3-x^3)}{(1-x)^2}$ 5) $y = \frac{(1-x)^p}{(1+x)^q}$ 6) $y = (1+x)\cdot\sqrt{2+x^2}\cdot\sqrt[3]{3+x^3}$

7) $y = \sqrt[m+n]{(1-x)^m(1+x)^n}$ 8) $y = \frac{x}{\sqrt{a^2-x^2}}$ 9) $y = \sqrt[3]{\frac{1+x^3}{1-x^3}}$

10) $y = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)}$ 11) $y = \frac{x^p(1-x)^q}{1+x}$ 12) $y = x+\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}$

13) $y = \frac{1}{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ 14) $y = \sqrt[3]{x^2}-\frac{2}{\sqrt{x}}$ 15) $y = x\cdot\sqrt{1+x^2}$

16) $y = \sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}$ 17) $y = \sqrt[3]{x+\sqrt[3]{x+\sqrt[3]{x}}}$ 18) $y = \cos 2x - 2senx$

19) $y = (2-x^2)\cdot\cos x + 2x\cdot senx$ 20) $y = \frac{\cos x}{2sen^2 x}$

21) $y = \frac{senx - x\cdot\cos x}{\cos x + x\cdot senx}$ 22) $y = \frac{1}{\cos^n x}$ 23) $y = tgx - \frac{1}{3}tg^3x + \frac{1}{5}tg^5x$

24) $y = 4\cdot\sqrt[3]{ctg^2x}+\sqrt[3]{ctg^8x}$ 25) $y = \sec^2\frac{x}{a}+\cos ec^2\frac{x}{a}$

26) $y = sen\left[\cos^2(tg^3x)\right]$ 27) $y = e^x\cdot(x^2-2x+2)$

28) $y = \left[\frac{1-x^2}{2}senx - \frac{(1+x)^2}{2}\cos x\right]e^{-x}$ 29) $y = e^x\left(1+ctg\frac{x}{2}\right)$

30) $y = \frac{\ln 3 senx + \cos x}{3^x}$ 31) $y = \left(\frac{a}{b}\right)^x\left(\frac{b}{x}\right)^a\left(\frac{x}{a}\right)^b$

32) $y = \frac{1}{4}\ln\frac{x^2-1}{x^2+1}$ 33) $y = \frac{1}{2\sqrt{6}}\ln\frac{x\sqrt{3}-\sqrt{2}}{x\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

34) $y = \frac{1}{4(1+x^4)}+\frac{1}{4}\ln\frac{x^4}{1+x^4}$ 35) $y = \frac{1}{1-k}\ln\frac{1+x}{1-x}+\frac{\sqrt{k}}{1-k}\ln\frac{1+x\sqrt{k}}{1-x\sqrt{k}}$ $(0<k<1)$

36) $y = \sqrt{x+1}-\ln(1+\sqrt{x+1})$ 37) $y = x\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)-\sqrt{1+x^2}$

38) $y = \frac{x}{2}\sqrt{x^2+a^2}+\frac{a^2}{2}\ln\left(x+\sqrt{x^2+a^2}\right)$

39) $y=\frac{1}{2\sqrt{ab}}\ln\frac{\sqrt{a}+x\sqrt{b}}{\sqrt{a}-x\sqrt{b}}\quad (a>0,b>0)$

40) $y=\frac{1}{2}\ln(1+x)-\frac{1}{4}\ln(1+x^2)-\frac{1}{2(1+x)}$

41) $y=\frac{2+3x^2}{x^4}\sqrt{1-x^2}+3\ln\frac{1+\sqrt{1-x^2}}{x}$ 42) $y=\ln tg\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$

43) $y=\frac{1}{2}ctg^2x+\ln senx$ 44) $y=\ln\sqrt{\frac{1-senx}{1+senx}}$ 45) $y=\ln(\ln(\ln x))$

46) $y=arcsen\frac{x}{2}$ 47) $y=\arccos\frac{1-x}{\sqrt{2}}$ 48) $y=x+\sqrt{1-x^2}\arccos x$

49) $y=\arccos\frac{1}{x}$ 50) $y=arcsen(sen\,x)$ 51) $y=\arccos(\cos^2 x)$

52) $y=\arccos\sqrt{1-x^2}$ 53) $y=arctg\left(\frac{senx+\cos x}{senx-\cos x}\right)$

54) $y=\frac{2}{\sqrt{a^2-b^2}}arctg\left(\sqrt{\frac{a-b}{a+b}}tg\frac{x}{2}\right)\quad (a>b\geq 0)$ 55) $y=arcsen\frac{1-x^2}{1+x^2}$

56) $y=\ln\left(\arccos\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$ 57) $y=\ln\frac{x+a}{\sqrt{x^2+b^2}}+\frac{a}{b}arctg\frac{x}{b}\quad (b\neq 0)$

58) $y=\frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2}+\frac{a^2}{2}arcsen\frac{x}{a}\quad (a>0)$ 59) $y=\ln^2\left(\sec 2^{\sqrt[3]{x}}\right)$

60) $y=arctg\,e^x-\ln\sqrt{\frac{e^{2x}}{e^{2x}+1}}$

Bibliografía Complementaria.

1. Robert T Smith. Cálculo. Volumen 1
2. B. P Demidovich. Problemas y Ejercicios de Análisis Matemático.