



**UNIVERSIDAD DE SONORA**  
**Unidad Regional Centro**  
**División de Ingeniería**  
**Departamento de Ingeniería Química y Metalurgia**

<b>Asignatura:</b> Cálculo Vectorial			<b>Clave:</b>	
<b>Antecedente:</b> Cálculo Integral		<b>Consecuente:</b> Electricidad y Magnetismo		
<b>Créditos:</b> 10 (5 h de teoría y 0 de taller)	<b>Modalidad:</b> Presencial	<b>Horas Semana:</b> 5	<b>Horas curso:</b> 80	
<b>Modalidad enseñanza-aprendizaje:</b> Curso / Taller		<b>Departamento de Servicio:</b> Matemáticas		
<b>Eje de formación:</b> Básico		<b>Carácter:</b> Obligatorio		
<b>Autor(es):</b>	Dr. Jesús Fernando Hinojosa Palafox	Dr. Gabriel Cuevas Figueroa		
<b>Competencias genéricas que fortalecer:</b> Capacidad para realizar investigación básica y aplicada Pensamiento crítico Trabajo colaborativo Capacidad de aprender y actualizarse permanentemente				
<b>Competencias específicas a desarrollar del docente:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Identifica, analiza y diagnostica el efecto o impacto de las variables de un proceso físico y/o químico.</li><li>• Analiza y resuelve problemas relacionados con los cambios fisicoquímicos de materia y energía.</li><li>• Diseña e implementa mejoras para el desarrollo óptimo de un proceso físico y/o químico.</li><li>• Capacidad para interpretar y evaluar datos derivados de observaciones y mediciones, relacionándolos con la teoría para explicar los fenómenos físicos y/o químicos.</li><li>• Emplea conocimientos y herramientas económico-administrativos para analizar cambios y transformaciones en plantas industriales con respecto a nuevos productos y servicios.</li><li>• Aplica técnicas de simulación y optimización para determinar los valores más convenientes de las variables de interés en un proceso físico y/o químico.</li><li>• Diseña sistemas de instrumentación y control para mantener el comportamiento óptimo de un proceso físico y/o químico.</li></ul>				
<b>Introducción:</b> El cálculo vectorial es la rama de las matemáticas que se ocupa del estudio de los incrementos en las variables, pendientes de curvas, valores máximos y mínimos de funciones de varias variables y de la determinación de longitudes, áreas y volúmenes. El desarrollo y uso del cálculo ha tenido efectos muy importantes en casi todas las áreas de la vida moderna. Es base para casi todos los campos científicos, en especial, la física. Prácticamente todos los desarrollos técnicos modernos hacen uso del cálculo. Muchas fórmulas algebraicas se usan hoy en día para el dimensionamiento de los sistemas de energía renovable.				
<b>Propósito:</b> El estudiante aprende los conceptos principales del cálculo integral para utilizarlos en la solución de problemas de ingeniería identificando, distinguiendo y utilizando las funciones de una variable, haciendo uso de la geometría analítica. Identifica los conceptos principales del cálculo y los utiliza en la solución de problemas mediante reglas de cálculo integral, incorporando e interpretando casos aplicados principalmente en geometría, física e ingeniería.				
<b>Objetivo General:</b> El alumno conocerá los criterios para optimizar funciones de dos o más variables, analizará funciones vectoriales y calculará integrales de línea e integrales múltiples para resolver problemas físicos y geométricos.				
<b>Objetivos Específicos:</b>				

- Determinará los valores extremos de funciones de dos o más variables y resolverá problemas de optimización relacionados con ingeniería.
- Utilizará e interpretará las variaciones de una función vectorial de variable vectorial y las aplicará para resolver problemas físicos y geométricos en el sistema de referencia más conveniente.
- Calculará integrales de línea de funciones vectoriales y las aplicará en la resolución de problemas físicos y geométricos.
- Calculará integrales múltiples y las aplicará en la resolución de problemas físicos y geométricos, así como utilizará los teoremas de Gauss y Stokes para calcular integrales de superficie.

### **Unidades de Competencias**

#### **Unidad de Competencia 1.** Extremos de funciones de dos o más variables

- 1.1. Máximos y mínimos, relativos y absolutos, para funciones de dos y de tres variables independientes. Puntos críticos. Establecimiento de la condición necesaria para que un punto sea extremo relativo o punto silla.
- 1.2. Deducción del criterio de la segunda derivada para funciones de dos y de tres variables independientes. Conceptos de matriz y determinante hessianos. Resolución de problemas.
- 1.3. Formulación del problema de máximos y mínimos relativos con restricciones. Establecimiento de la ecuación de Lagrange a través de sus elementos multiplicadores. Resolución de problemas de máximos y mínimos con restricciones y absolutos.

#### **Unidad de Competencia 2.** Funciones vectoriales

- 2.1. Definición de función vectorial de variable escalar y de función vectorial de variable vectorial. Ejemplos físicos y geométricos y su representación gráfica para los casos de una, dos o tres variables independientes y dos o tres variables dependientes. Concepto de campo vectorial.
- 2.2. Definición, interpretación geométrica y cálculo de la derivada de una función vectorial de variable escalar y de las derivadas parciales de una función vectorial de variable vectorial. Propiedades de la derivada de funciones vectoriales.
- 2.3. Ecuación vectorial de una curva. Análisis de curvas a través de la longitud de arco como parámetro. Deducción del triedro móvil y de las fórmulas de Frenet-Serret. Aplicaciones a la mecánica.
- 2.4. Vector normal a una superficie a partir de su ecuación vectorial, aplicaciones.
- 2.5. Diferencial de funciones vectoriales de variable escalar y de variable vectorial. Interpretación geométrica.
- 2.6. Concepto de coordenadas curvilíneas. Coordenadas curvilíneas ortogonales. Ecuaciones de transformación. Coordenadas cilíndricas y coordenadas esféricas. Concepto de Jacobiano de la transformación y determinación de la existencia de la inversa de ésta. Propiedades del Jacobiano. Definición e interpretación de los puntos singulares. Estudio de los vectores base, de los factores de escala y de la diferencial del vector de posición. Análisis de las coordenadas curvilíneas ortogonales: polares, cilíndricas, esféricas y otros sistemas.
- 2.7. Generalización del concepto de gradiente.
- 2.8. Definiciones de divergencia y de rotacional, interpretaciones físicas. Campos irrotacional y solenoidal, aplicaciones. Concepto y aplicaciones del Laplaciano. Función armónica. Propiedades del operador nabla aplicado a funciones vectoriales. Obtención del gradiente, divergencia, rotacional y Laplaciano en coordenadas curvilíneas ortogonales.

#### **Unidad de Competencia 3.** Integrales de línea

- 3.1. Integración de funciones vectoriales, aplicaciones. Definición y propiedades de la integral de línea.

Integral de línea a lo largo de una curva cerrada. Cálculo de integrales de línea mediante parametrización. Independencia de la parametrización.

3.2. La integral de línea como modelo matemático del trabajo y sus representaciones vectorial, paramétrica y diferencial. Conceptos físicos y matemático de campo conservativo.

3.3. Concepto de función potencial. Integración de la diferencial exacta. Cálculo de la función potencial. Relación entre la independencia de la trayectoria, la diferencial exacta y el campo conservativo.

3.4. Cálculo de la integral de línea en coordenadas polares, cilíndricas y esféricas.

#### Unidad de Competencia 4. Integrales múltiples

4.1. Definición e interpretación geométrica de la integral doble. Integrabilidad de funciones continuas.

4.2. Concepto de integral reiterada. Cálculo de la integral doble mediante la reiterada. Concepto y representación gráfica de regiones. Cálculo de integrales dobles en regiones regulares. Aplicaciones en cálculo de áreas y volúmenes. Cálculo de integrales dobles con cambio a coordenadas curvilíneas.

4.3. Enunciado, demostración y aplicaciones del teorema de Green.

4.4. Cálculo del área de una superficie alabeada en coordenadas cartesianas y cuando está dada por sus ecuaciones paramétricas. Integral de superficie, aplicaciones.

4.5. Concepto e interpretación geométrica de la integral triple. Integral reiterada en tres dimensiones. Cálculo de la integral triple en regiones regulares. Cálculo de volúmenes. Integrales triples en coordenadas cilíndricas, esféricas y en algún otro sistema coordenado curvilíneo.

4.6. Teorema de Stokes. Teorema de Gauss.

Bibliografía:	Tipo (básica o complementaria)
Benítez, R., 2009. <i>Cálculo integral vectorial: Integrales Múltiples</i> , ISBN-10: 6071700868.	Básica
Dennis, Z., 2008. <i>Matemáticas Avanzadas Para Ingeniería 2 Cálculo Vectorial</i> , ASIN: B0038IP3MQ.	Básica
Marsden, P., 2004, <i>Cálculo Vectorial</i> , ISBN-10: 8478290699	Básica
Pita Ruiz, C., 1995. <i>Cálculo Vectorial</i> . México, Prentice-Hall Hispanoamericana.	Básica
Mena, B., 2003. <i>Introducción al Cálculo Vectorial</i> . México, Thomson.	Básica
Davis, H. y Snider, A., 1993. <i>Análisis Vectorial</i> . México, McGraw Hill.	Complementaria
Estrada, O., García, P. y Monsivais, G., 1999. <i>Cálculo Vectorial y Aplicaciones</i> , 1a edición. México, Grupo Editorial Iberoamérica.	Complementaria
Haaser, N., La Salle, J., Sullivan, J., 1970. <i>Análisis Matemático. Curso intermedio</i> . México, Editorial Trillas.	Complementaria
Hsu, Hwei P., 1987. <i>Análisis Vectorial</i> . EUA, Addison-Wesley Iberoamericana.	Complementaria
Swokowski, E., Olinick M. y Pence D., 1994. <i>Calculus</i> , 6th edition. USA, P.W.S. Publishing Company.	Complementaria

#### Desarrollo de las competencias

Resultados del aprendizaje	Actividades educativas	Volumen de trabajo del estudiante calculado en horas	Evaluación
<b>SEMANA 1</b>			
Extremos de	Exposición y análisis por el maestro.	4	

funciones de dos o más variables	Discusión grupal.		
<b>SEMANA 2</b>			
Máximos y mínimos, relativos y absolutos, para funciones de dos y de tres variables independientes.	Exposición y análisis por el maestro. Discusión grupal.	4	
<b>SEMANA 3</b>			
Deducción del criterio de la segunda derivada para funciones de dos y de tres variables independientes.	Exposición y análisis por el maestro. Discusión grupal.	4	
<b>SEMANA 4</b>			
Formulación del problema de máximos y mínimos relativos con restricciones.	Exposición y análisis por el maestro. Discusión grupal.	4	
<b>SEMANA 5</b>			
Funciones vectoriales	Exposición y análisis por el maestro. Discusión grupal.	4	
<b>SEMANA 6</b>			
Definición de función vectorial de variable escalar y de función vectorial de variable vectorial.	Exposición y análisis por el maestro. Discusión grupal.	4	Primer examen Parcial
<b>SEMANA 7</b>			
Ecuación vectorial de una curva.	Exposición y análisis por el maestro. Discusión grupal.	4	
<b>SEMANA 8</b>			
Generalización del concepto de gradiente.	Exposición y análisis por el maestro. Discusión grupal.	4	
<b>SEMANA 9</b>			
Integrales de línea	Exposición y análisis por el maestro. Discusión grupal.	4	
<b>SEMANA 10</b>			
Integración de funciones vectoriales, aplicaciones.	Exposición y análisis por el maestro. Discusión grupal.	4	Segundo examen Parcial
<b>SEMANA 11</b>			

Concepto de función potencial.	Exposición y análisis por el maestro. Discusión grupal.	4	
<b>SEMANA 12</b>			
Cálculo de la integral de línea en coordenadas polares, cilíndricas y esféricas.	Exposición y análisis por el maestro. Discusión grupal.	4	
<b>SEMANA 13</b>			
Integrales múltiples	Exposición y análisis por el maestro. Discusión grupal.	4	
<b>SEMANA 14</b>			
Concepto de integral reiterada.	Exposición y análisis por el maestro. Discusión grupal.	4	
<b>SEMANA 15</b>			
Enunciado, demostración y aplicaciones del teorema de Green.	Exposición y análisis por el maestro. Discusión grupal.	4	
<b>SEMANA 16</b>			
Teorema de Stokes. Teorema de Gauss.	Revisión bibliográfica que incluya los puntos previamente señalados.	4	Tercer examen Parcial

#### Recursos necesarios para el o los ambientes de aprendizaje

Recursos didácticos	Recursos tecnológicos
Pizarrón	Internet
Plumones	
Hojas Rotafolio	
Proyector	
Computadora	

#### Evaluación de las Competencias

Cantidad	Evidencia a evaluar	Criterios de entrega o desempeño y responsable de la evaluación (especificaciones de forma; tipo de evaluación: heteroevaluación, evaluación externa, coevaluación, autoevaluación)	Instrumento de Evaluación	Valor %
3	Demostración de conocimientos mediante examen escrito.	Examen escrito en hoja tamaño carta, con reactivos de opción múltiple, preguntas abiertas y resolución de problemas.	Examen escrito	<b>60%</b>

3	Demostración de conocimientos mediante series de ejercicios.	Elaboración problemas propuestos por el Profesor para reforzar expuesto en clase.	Series de ejercicios	<b>20%</b>
1	Demostración de conocimientos mediante proyecto de investigación en equipo	Elaboración y presentación oral de proyecto de investigación donde apliquen los temas descritos a lo largo del semestre.	Reporte de proyecto de investigación y exposición en equipo	<b>20%</b>
		TOTAL		<b>100%</b>

**PERFIL ACADÉMICO DESEABLE DEL RESPONSABLE DE IMPARTIR LA ASIGNATURA**

Se recomienda que el profesor tenga las siguientes características:

Licenciatura en Ingeniería, Matemáticas, Física o en carreras cuyo contenido en el área de matemáticas sea similar. Deseable haber realizado estudios de posgrado, contar con experiencia docente o haber participado en cursos o seminarios de iniciación en la práctica docente.