Ejercicios de Derivadas y Máximos y Mínimos

EJERCICIOS 1

Determine la razón media de cambio de la función dada en el intervalo indicado

1. $f(x) = 2x^2 + 8x$; [2, 4]
2. $y = 4x^2 – 4x – 20$; [-5, -2]

Determine la razón instantánea de cambio de las funciones dadas en los puntos indicados.

3. $f(x) = 2x^2 + 8x$; x = 3, x = 4, X = 5
4. $y = 4x^2 – 4x – 20$; x = -3, x = -2, x = 3

Obtenga la pendiente de la recta secante que pasa por los puntos que correspondan a los valores de *x* indicados de las funciones propuestas.

5. $f(x) = - x^2 + 9$, ; $x = 2$, $x = 2.5$
6. $f(x) = x^2 + 4x$,; x = - ¼, x =0

Determine la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función dada, en el punto indicado.

7. $f(x) = 2x^2 + 8x$; (0, 0)
8. $f(x) = x^3$; (1, f(1))
9. $f(x) = 1/x$; (1/3, f(1/3))

Use la Definición de derivada para encontrar la derivada de la función dada

10. $f(x) = 10$
11. $f(x) = 3x^2$
12. $f(x) = \sqrt{x+4}$

EJERCICIOS 2

Encuentre una ecuación de la recta tangente y recta normal a la gráfica de la función dada, en el valor *x* indicado

13. $f(x) = 1/x$; (1/3, F(1/3))
14. $f(x) = (x – 1)^4 + 6x$; x = 1
15. Halle una ecuación de una recta tangente a la gráfica de $f(x) = x^3$ que sea perpendicular a la recta $y = -3x$
16. Determine un punto en cada una de las gráficas $f(x) = x^2 + x$ y $g(x) = 2x^2 + 4x + 1$ en los que las rectas tangentes sean paralelas
17. Determine los valores de *b* y *c* de manera que la gráfica de $f(x) = x^2 + bx$ posea la recta tangente $y = 2x + c$ en $x = -3$

EJERCICIOS 3

18. Suponga que un cuerpo cae $16t^2$ metros en t segundos.
19. ¿Qué distancia caerá entre t = 3 y t = 4?
20. ¿Cuál será su velocidad media en el intervalo 3 < t < 4?
21. ¿Cuál es la velocidad media en el intervalo 3 < t < 3.02?
22. Encuentre la velocidad instantánea cuando t = 3.
23. Si una partícula se mueve a lo largo del eje coordenado de modo que su distancia dirigida desde el origen, después de t segundos, es ($-t^2 + 4t$) metros, cuándo se detiene momentáneamente la partícula, es decir, ¿cuándo es cero su velocidad instantánea?

24. Cierto cultivo de bacterias crece de modo que tiene una masa de $\frac{1}{2}t^2$ + 1 gramos después de t horas.
    (a) ¿Cuánto creció durante el intervalo 2 <t < 2.01?
    (b) ¿Cuál fue su crecimiento medio durante el intervalo de 2 < t < 2.01?
    (c) ¿Cuál fue su razón de crecimiento instantáneo cuando t = 2?
25. El peso en gramos de un tumor maligno en el momento t es $W(t) = 2t^2 - 0.09t$, donde t se mide en semanas. Encuentre el índice de crecimiento del tumor cuando t = 10.
26. Una cantidad es golpeada por una epidemia de gripe asiática. Las estimaciones oficiales son que el número de personas enfermas de gripe t días después del comienzo de la epidemia está dado por $p(t) = 120t^2 -2t^3$, siendo $0 < t < 40$. ¿Cuál es el índice de difusión de enfermedad en el momento t = 10, t = 0, t = 40?
27. El radio de una mancha de aceite circular provocada por un derrame está creciendo a una razón constante de 2 kilómetros por día. ¿A qué razón está creciendo el área del derrame 3 días después de que empezó?

Ejercicios 4

Encuentre la derivada de la función dada, utilizando las reglas de derivación.

28. $y = 1/x$
29. $y = 6x^2 + x^{-2}$
30. $y = (x^2 – 7)(x^3 + 4x + 2)$
31. $f(x) = \left(4 + \frac{1}{x}\right)\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$
32. $f(x) = \frac{10}{x^2+1}$
33. $G(x) = \frac{3x+1}{2x-5}$
34. $y = (x^2+2)(x^3+3x)$
35. $y = (x^2+3x)^2(3x-x^3)^4$
36. $y = \frac{(2x+1)^2(x-5)}{3x+2}$
37. $y = \left(\frac{x+1}{x+3}\right)(x^2-2x-1)$
38. $y = \sqrt[3]{6x^2+8x+1}$
39. $y = \sqrt[5]{(x^2+3x)^4}$
40. $y = \frac{\sqrt{x^3-6x}}{(x+4)^3}$

Encuentre la derivada de la función dada

41. $y = \log_3(6x^3+2x^2+5)$
42. $y = x^2\ln(6x^2-6x)$
43. $y = 5^{3x^2+7x+5}$
44. $y = \frac{\ln(x^3-6x)}{4^{3x^5}}$
45. $y = (x+3x^3)\log_5(x+4)$
46. $y = 5^{3x}(6x-8x)^3$
47. $y = xsen(x+2)$
48. $y = sen(x^3+4x)$
49. $y = \cos(5x-3x^2)$
50. $y = \tan(6x-6)$
51. $y = (sen(x+3))(\sec(4x-5))$
52. $y = \frac{\tan x^3}{\csc x^2}$
53. $y = \csc\left(\frac{2x+4}{x^3}\right)$
54. $y = \frac{sen(5x^2+x)}{\cot(3x-4)}$
55. $y = (\cot(8x+4))(4x^4+5x)^2$
56. $y = \frac{sex}{senx + \cos x}$
57. $y = \frac{\tan x}{sex - cox}$

EJERCICIOS 5

Use diferenciación implícita para encontrar *dy/dx*.

58. $y^2 - 2y = x$
59. $xy^2 - x^2 + 4 = 0$
60. $x + xy - y^2 - 20 = 0$
61. $x^3y^2 = 2x^2 + y^2$
62. $(x^2 - 6xy^2)^6 = x^3 - y^3$

EJERCICIOS 6

Utilice el criterio de la primera derivada para encontrar los intervalos donde es creciente decreciente y los máximos y mínimos relativos de la función dada. Trace la gráfica. Encuentre las intersecciones en los ejes cuando sea posible.

63. $f(x) = x^3 - 3x$
64. $f(x) = x(x - 2)^2$
65. $f(x) = x^4 + 4x$
66. $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{4}{3}x^3 + 2x^2$
67. $f(x) = 4x^5 - 5x^4$

EJERCICIOS 7

Utilice el criterio de la segunda derivada, cuando sea aplicable, para encontrar los intervalos donde es cóncava hacia abajo o hacia arriba y los extremos relativos de la función dada. Trace la gráfica. Encuentre los puntos de inflexión y las intersecciones con los ejes, cuando sea posible.

68. $f(x) = -(2x - 5)^2$
69. $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$
70. $f(x) = 6x^5 - 10x^3$

EJERCICIOS 8

71. El nivel de contagio de cierta bacteria se mide en una escala de 0 a 50 y viene expresada por la función V(t)= 40+15t-9t2+t3, donde t es el tiempo (en horas) transcurrido desde que inicio el estudio (t=0). Indicar los instantes del máximo y mínimo nivel de contagio en las 6 primeras horas y los intervalos en que esta crece y decrece.
72. Un biólogo realizó un experimento sobre la cantidad de individuos en una población de paramecium en un medio nutritivo y obtuvo el modelo $g(t) = \ln(t^2 - 2t + 5)$ donde t se mide en días y g(t) es el número de individuos en el cultivo. Indique después de cuánto tiempo el número de individuos en la población es mínimo
73. En una investigación se descubrió que la concentración y (t) de un medicamento inyectado en el organismo vía intramuscular está dada por $y(t) = \frac{c}{b-a}(-ae^{-at} + be^{-bt})$ donde t $\geq$ 0 es el número de horas transcurridas después de la inyección, a, b y c son constantes positivas con b > a. ¿Cuándo ocurre la máxima concentración?
74. Las plantas no crecen a tasas constantes en un período normal de 24 horas puesto que su crecimiento es afectado por la luz del sol. Supongamos que el crecimiento de cierta planta en un ambiente controlado está dado por el modelo.

$h(t) = 0.2 + 0.03 sen(2\pi t)$ Donde h es la altura de la planta en pulgadas y t es el tiempo en días en donde t = 0 corresponde la medianoche.
(a) ¿Durante qué tiempo del día se tiene la máxima tasa de crecimiento?
(b) ¿Durante qué hora del día se tiene la mínima tasa de crecimiento?

75. Dos torres de 15 y 30 metros de altura respectivamente, están separadas una distancia de 40 metros entre sí. Se quiere unir las dos torres por medio de un cable con la particularidad de que esté fijado al piso entre las puntas de las torres.
76. ¿En qué punto del piso se debe fijar el cable para utilizar la mínima cantidad de cable posible?
77. Cuáles serán las máximas dimensiones de una caja abierta con base cuadrada, que se podrá construir con 12 metros cuadrados de material?