

GUIA N° 1

ALGUNOS MÉTODOS DE FACTORIZACIÓN

ELABORADO POR: Rolando Murillo G.

NOTA: Recordemos algunas fórmulas que ayudan en el proceso de factorización.

- 1) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- 2) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- 3) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
- 4) $(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$
- 5) $(a-b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 - b^3$

EJERCICIOS RESUELTOS SOBRE FACTORIZACIÓN:

1) FACTORICE LAS EXPRESIONES SIGUIENTES:

- 1) $(3x^2)^2 - (2x^2 - 3)^2 =$
 $(3x^2 + 2x^2 - 3)(3x^2 - 2x^2 + 3) =$
 $(5x^2 - 3)(x^2 + 3)$
- 2) $4m^2 - 25x^2 + 9n^2 - 12mn =$
 $4m^2 - 12mn + 9n^2 - 25x^2 =$
 $(2m - 3n)^2 - 25x^2 =$
 $(2m - 3n + 5x)(2m - 3n - 5x) =$
- 3) $(4x^3 - 9x^5) =$
 $x^3(4 - 9x^2) =$
 $x^3(2 - 3x)(2 + 3x) =$
- 4) $3xy - 3x + 3y^2 - 3y =$
 $3(xy - x + y^2 - y) =$
 $3[x(y-1) + y(y-1)] =$
 $3(y-1)(x+y)$
- 5) $b^5(a-b)^3 - b^4(a-b)^4 =$
 $b^4(a-b)^3[b - (a-b)] =$
 $b^4(a-b)^3(2b-a)$

$$\begin{aligned}
6) \quad & 4^n - 6^n = \\
& (2^2)^n - (3 \cdot 2)^n = \\
& 2^{2n} - 3^n \cdot 2^n = \\
& (2^n)^2 - 3^n \cdot 2^n = \\
& 2^n [2^n - 3^n]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
7) \quad & x^{12} - y^{12} = \\
& (x^4)^3 - (y^4)^3 = \\
& (x^4 - y^4)(x^8 + x^4 y^4 + y^8) = \\
& (x^2 + y^2)(x^2 - y^2)(x^8 + x^4 y^4 + y^8) = \\
& (x^2 + y^2)(x + y)(x - y)(x^8 + x^4 y^4 + y^8)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
8) \quad & 125x^3 + (5x - 2y)^3 = \\
& (5x)^3 + (5x - 2y)^3 = \\
& (5x + 5x - 2y)[(5x^2) - 5x(5x - 2y) + (5x - 2y)^2] = \\
& (10x - 2y)[25x^2 - 25x^2 + 10xy + 25x^2 - 20xy + 4y^2] = \\
& (10x - 2y)(25x^2 - 10xy + 4y^2)
\end{aligned}$$

2) SIMPLIFIQUE LA EXPRESIÓN

$$\begin{aligned}
1) \quad & \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \\
& \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{(x+1)(x-1)} = \\
& \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2) \quad & \frac{a^2 + 2ab + b^2 - x^2}{a^2 - (b+x)^2} = \\
& \frac{(a+b)^2 - x^2}{(a+b+x)(a-b-x)} = \\
& \frac{(a+b+x)(a+b-x)}{(a+b+x)(a-b-x)} = \\
& \frac{a+b-x}{a-b-x}
\end{aligned}$$

$$3) \quad \frac{x^3 + 1}{x^2 - x - 2} =$$

$$\frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{(x-2)(x+1)} =$$

$$\frac{x^2 - x + 1}{x - 2}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1) FACTORICE LAS EXPRESIONES SIGUIENTES:

- 1) $x^{3a+2} + x^{3a+1} =$
- 2) $a^2 - a^3 + a - 1 =$
- 3) $x^2 - a^2x - a^2 + x =$
- 4) $x^6y^3 - 1 =$
- 5) $x^6 - x^{-3} =$
- 6) $x^2 + 2xy - 35y^2 - 3x + 15y =$
- 7) $4x^2 - y^2 - 2x - y =$
- 8) $2x^2 + 5xy - 3y^2 + 8x^3 - y^3 =$
- 9) $a^2 - b^2 - 3a - 3b =$
- 10) $27m^3 - (3n + 2)^3 =$

2) SIMPLIFIQUE LAS EXPRESIONES SIGUIENTES:

- 1) $\frac{a^2 + 2ab + b^2 - x^2}{a^2 - (b+x)^2} =$
- 2) $\frac{3x-2}{3x(x-1)-2(x-1)} =$
- 3) $\frac{n^3 - n}{n^2 - 5n - 6} =$

$$4) \frac{8 - x^3}{x^2 + 2x - 8} =$$

3) EJERCICIOS DEL TEMA RELACIONADOS CON CÁLCULO:

CALCULE EN CASO DE SER POSIBLE, LOS LÍMITES SIGUIENTES:

$$1) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{x^2-25} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)}{(x+5)(x-5)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x+5)} = \frac{1}{10}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+2)(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+2)}{(x+1)} = \frac{3}{2}$$

$$3) \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x + \Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} =$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x + \Delta x - x)(x + \Delta x + x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x(x + \Delta x + x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (2x + \Delta x) = 2x$$

$$4) \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x + \Delta x)^3 - x^3}{\Delta x} =$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x + \Delta x - x)[(x + \Delta x)^2 + x(x + \Delta x) + x^2]}{\Delta x} =$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\Delta x)[(x + \Delta x)^2 + x(x + \Delta x) + x^2]}{\Delta x} =$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} [(x + \Delta x)^2 + x(x + \Delta x) + x^2] = x^2 + x^2 + x^2 = 3x^2$$

$$5) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x + 2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x^2 - 2x + 4)}{(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 2x + 4) = 4 + 4 + 4 = 12$$

$$6) \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - x - 3}{x + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(2x - 3)(x + 1)}{(x + 1)} = \lim_{x \rightarrow -1} (2x - 3) = -5$$

$$7) \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1 + h)^2 - 1}{h} =$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1 + h + 1)(1 + h - 1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(h + 2)h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (h + 2) = 2$$

$$8) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4x - 12}{x^4 - 16} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 6)(x - 2)}{(x^2 - 4)(x^2 + 4)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 6)(x - 2)}{(x + 2)(x - 2)(x^2 + 4)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 6)}{(x + 2)(x^2 + 4)} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$$

$$9) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1)(x^2 + 1)}{(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x + 1)(x - 1)(x^2 + 1)}{(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)(x^2 + 1) = 2 \cdot 2 = 4$$